



TITLE:

スタンフォード大学数学系科目におけるCAS利用の実態：身体性を考慮した数理教育プログラムの開発を目指して (数式処理と教育)

AUTHOR(S):

杉野, 隆三郎

---

CITATION:

杉野, 隆三郎. スタンフォード大学数学系科目におけるCAS利用の実態：身体性を考慮した数理教育プログラムの開発を目指して (数式処理と教育). 数理解析研究所講究録 2010, 1674: 159-172

ISSUE DATE:

2010-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/141205>

RIGHT:

# スタンフォード大学数学系科目における CAS 利用の実態

## —身体性を考慮した数理教育プログラムの開発を目指して—

阿南工業高等専門学校・制御情報工学科 杉野 隆三郎 (Ryuzaburo Sugino)  
Department of Systems and Control Engineering,  
Anan National College of Technology

### 1 はじめに

実学主義で有名な米国スタンフォード大学は、理系の全学部・全学科で数式処理システム 'Computer Algebra System'(CAS) である MATLAB を必修とし、専門課程にある数理系科目のほとんどすべてで活発に利用している。日本の大学・高専においては、実験・実習系のデータ解析で用いる以外は、一部、実験的に授業に導入されているに過ぎない。そこで本論では、スタンフォードにおける CAS 利用の実態を紹介するとともに、大学や高専における講義系科目への導入の可能性を論じる。

著者は、2002 年から 2003 年に掛けて客員研究員として米国スタンフォード大学に在籍していたときに、学部や大学院の自分の仕事に近い数理系科目をいくつか聴講した。講義科目の内容、教員の講義スタイル、学生の聴講姿勢、受講学生に課される宿題の質と量などに興味を持ち、特に工学部の応用数学と数値解析に関する講義を聴講させてもらった。以前より、アメリカの大学は大量の宿題が課されるとか、3 ヶ月で 400 ページ位の教科書が終わるなどの話を聞いており、自分の本務校における日々の教育実践の状態からいったいどのように講義を展開すればそのようなことができるのかという疑問を抱いていた。実際にスタンフォードに赴任してその講義を聴講してみると、はたして聞いていた噂は真実であることがわかった。その講義スタイルと基本姿勢は、奇をてらったものではなく実も蓋もない愚直な努力を学生諸君に求めるものであった。ただひとつ予想外の興味深いものが講義に導入されており、それが本論で焦点を当てる CAS の教材利用であった。

Mathematica や MATLAB に代表とされる数式処理システムは、現在、非常に高機能かつ優れたユーザーインターフェースを持つようになり理工学の分野で必携のツールになりつつある。しかしながら日本の大学・高専における CAS の利用を一部を除き研究目的であることが多く、数理教育に本格的に導入され実施・運用している事例は少ない。この理由はいろいろ考えられるが、これまでの日本人学生の数学的スキルが非常に高く、結果として数理的な抽象性の高い思考に導くことが比較的容易であったことと、CAS よりも C や Fortran などのコンパイラ言語による数値処理の教育が比較的に成功してきた

ため、講義課目の数値計算やグラフ表現などはプログラミングの実習で学生が身に付けてきたスキルで十分に間に合ってきたものと考えられる。

現在の日本における大学・高専の数理教育は、学生の低学力化の進展とともに従来型の講義スタイルの教育だけでは、数理的思考能力や計算スキルなどを教え込むことがたいへん困難な時代を迎えている。そこで、CASの導入により従来の講義スタイルを補完し、学生の数理的能力を開発する新しい授業形式について考える必要があるだろう。スタンフォードにおけるCAS活用の実態を概観し、数学系科目の中でMATLABの利用がどのようになされているかを紹介するとともに数式処理システム(CAS)を用いた数理教育の導入が学生の数学的知識とスキルの獲得に対してどのような効果が期待されるのかを分析する。また、この分析結果をもとに日本の中等・高等教育機関における身体性を考慮した数理教育プログラム(身体性を考慮した知的な相互作用をとまなう教育手法)にCASをいかに導入すべきかを考察する。

## 2 本質的な理解に至る授業とは

学問を修得することは、その分野や領域により様々な到達すべきレベルの設定があるだろうが、特に数理系科目に注目した場合、計算スキルの習得に終始することなく題材としている数学の項目について本質的な理解を生徒・学生に教授することが我々教員の大きな目標であることは間違いがない。数理系の学問や科目において、それぞれの対象に関する抽象的な概念形成が成されることがひとつの目標となるであろう。これがここで言う、表層レベルにある数学の計算スキルを越えた「本質的な理解」ということである。

これは、もちろん学習過程を通じて獲得されるものであり、その理解のプロセスやメカニズムを精密に考察するには、各種の心理学、認知科学、神経科学など広い意味での脳科学をベースにすべきであろうことも疑問の余地はないであろう。ここでは中等教育や高等教育における各数理系科目のいわば「初学者」の学習に注目することとし、代数、解析、幾何など数学の各分野に関する十分な訓練が成された上で新しい抽象概念を獲得するような専門家に近いような高いレベルでの学習過程には注目しない。すなわち、初学者が特定の数理分野を学習するプロセスを考えていくわけだが、これからの議論の出発点としてこのような初学者の数理概念形成には「身体性」という概念を導入すべきではないのか言う提案でもある。

身体性という言葉の定義には様々なものが考えられるが、ここでは行動制御の獲得にあたり人間が外部環境と相互作用を繰り返すことにより初めて知能を獲得するという発達心理学的な意味合いで用いることにする[1]。この意味において記号的思考を自家薬籠のものとして高度に抽象的な思考活動の前段階として身体性に基づく教育プログラムの有効性が発揮されることになる。さらに、身体性を考慮した教育手法において認知科学で提案される「アフォーダンス」という概念も大切である。アフォーダンスとは、「環境が人間に提供する行為可能性」を意味し、人間がアフォーダンスを知覚することにより、自己の行為を誘導し制御するには環境の特性と自己の行為特性の両方の関係を理解しなければならないので、知的活動の創発を促す第一要因の一つとも考えられている[2]。

身体性やアフォーダンスにしても運動行動における学習過程で論じられており、一義

的には知的活動の中でも比較的低次なものが対象とされているが数学などの高次の知的活動においても有効な概念ではないかと考える。このことをサポートするのが、川人等が提案した「感覚運動統合の双方向性理論」と呼ばれる人工知能分野から生み出された新しい意識形成理論である [3]。この理論の概要は、人間の脳内のハード的構造をベースに人間の知的行動を駆動するソフト的機能をモジュール化して分析するとともに、手足などの効果器と視覚聴覚などの受容器を循環する運動系と感覚系の脳内の行動モデル獲得プロセスには、脳内の各情報処理モジュール間を「順モデル」と「逆モデル」の再構築と修正を反復する必要があるというものである。

この理論の背景は、大脳生理学的実験と観察の結果からモジュール同士が互いに神経線維で結合されており必要な情報を交換しているという可能性と、各モジュールのそれより高い階層でモジュールの出力が統合される可能性の2つの仮説を否定することから始まる。さらに、解剖学的にも特定の感覚野における任意の2個のニューロンが神経線維で結合されている確率は $10^{-7}$ 程度しかないことが分かっている。すなわち運動野と感覚野が脳内で直接結合されていないので、ある問題を理解あるいは解決するような学習行動を成立させるには、自己の外部（環境）に積極的に働き掛けて運動野と感覚野を同時に刺激する何らかの試行錯誤的な行為プロセスを経ないといけないといくことである。

この双方向理論により、自己の思考のエミュレーション、自身の行動の予測、内省などが可能となることが提案されており [4]、新しい教育手法の開発に重要な示唆を与えるものと期待される。すなわち川人の双方向理論に基づく学習プロセスとは、目や耳など通じた感覚野のみを刺激する学習だけでは真の理解に至ることはできず、手や足などの運動野を刺激する行為を通じて自己の外部すなわち外界に存在する対象を知覚し、その対象（環境）を操作することで運動野と感覚野を統合させる順モデルと逆モデルを逐次的に修正しながら構築していくプロセスが大切ということになる [5]。

いよいよ運動系と感覚系を統合させる学習行為とはどのようなものかという話になるが、これはずばり「ものづくり」と言うことになるだろう。すなわち、手足を動かして自分の外部にある「もの＝対象」をあらかじめ設定した目的を達成するまで修正を施しながら製作行為を反復することで脳内の感覚野と運動野を総動員し、少なくとも「本質的な理解」への入口に到達することが期待できる。多分に工業分野あるいは芸術分野に限定されたイメージを持つものづくりプロセスを他の学習分野に拡張するために「もの」を「製作物」「Product」と定義しよう。そして、図1にもものづくりにおける自己の外部にある製作物と脳内の感覚野・運動野を統合する学習のループを示す。

ここまでの準備をもとに大学・高専における授業のあり方を考え直してみることにする。まず、授業は講義をメインとする座学系の科目と実習・実習系の科目に大別することができよう。そして、問題なるのは前者の方であり、生徒ないし学生は教室で椅子に着座して教師の話を一方的に聞きながらノートを取ることが一般的なスタイルであり、目と耳という感覚系の刺激が大半を占めている。鉛筆でノートに計算や図を書く行為、クラスメートに相談したり教師に質問するという行為以外には運動野を刺激するような行為はなく、先ほど示した「ものづくりループ」が形成されているとはいいがたい。もちろん数理系の学問は量、図形、関係の抽象的取り扱いがコア概念であるから手足を用いる運動野との連携が理解への本質的な道筋ではないが、抽象的取り扱いのベースも十

分に構築されていない初学者には抽象的概念の取っ掛かり（トリガー）を得ることが大切である。そこで、このものづくりループが教育的効果を生むのではないかというのが本論で提案したいことである。ここで大切なことは、感覚運動統合の双方向理論に基づく学習の解釈に従えば、手足を用いた出力がないと対象や課題に対する理解が開発されないことにある。

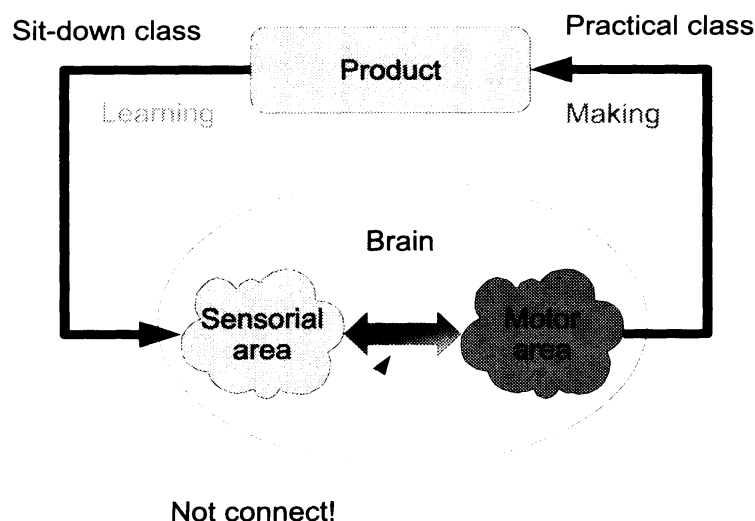


図1 理解に不可欠な「ものづくり」のループ

### 3 身体性と製作行為

前節から導きだされることは、分断されている感覚野と運動野を同時に刺激して感覚運動統合することが本質的な理解を形成するためには重要らしいという仮説である。そのためには、たとえ抽象性を尊ぶ数学の教育であってもなんらかの製作行為を伴う教育プロセスが学習を促進させるために有効ではないかということを提案する。ここで、感覚野を刺激する行為あるいは運動野を刺激する行為とは何であるかを知る必要があるのので下記にこれらを列挙する。

- ・感覚野を刺激する行為：見る、聞く、思考する、認識する
- ・運動野を刺激する行為：書く、話す、手作業する、製作する

このリストを見ると通常の座学系科目が感覚系を刺激する行為ばかりであり運動系を刺激する行為はせいぜい書くことぐらいしかないと分かる。しかし、実験・実習系の科目は感覚野と運動野を刺激する行為がほとんど含まれていることに注目してもらいたい。

川人の「双方向理論」に基づけば、手足を使った小さな出力を繰り返すことが脳内における「順モデル」と「逆モデル」の構築とそれらの比較・修正による漸近的アプローチが感覚野と運動野の統合した理解の完成に必要なプロセスということになる。そして、実際に生徒・学生がこの様なプロセスに従事し続けるにはなんらかの報酬（学ぶ喜び？）が必要となるだろう。ここで、認知科学や人工知能の分野で注目されている「強化学習」についても考える必要があるだろう。これは、動物の学習モデルの一つであり、ある事柄を

学習するにあたり特定の行為についてなんらかの報酬が与えられるというエピソード記憶が形成されるとそのエピソード状態を認識すると脳内のドーパミンの分泌が増加するようになり、ドーパミン出力に隷属した学習行為が形成されるというものである。

強化学習を「ものづくり学習プロセス」に導入して考えると、問題が解けたことに対する教師による賞賛という「弱い報酬」以外に、自分の目の前に学習行為の成果としての「製作物」という存在が、ある種の「強い報酬」となり学習の喜びとしてエピソード記憶される可能性は極めて高いと考えられる。もちろん、一回の製作行為（試行）で満足する製作物が得られることは有り得ないので、目の前で対峙している製作物と対話を繰り返すことで「ものづくりループ」を反復することになる。すなわち、なんらかの製作行為と得られる報酬の関係が、古来教育分野で言われている鞭と飴の関係に対応することができ、結果として脳と手を用いた製作行為が特定の対象に対する本質的理解に至る呼び水になることが期待されるのである。

## 4 本質的な理解と身体性

数学教育で最も大切な抽象概念の獲得は、初学者にとって簡単なことではない。たゆまぬ問題演習を反復することにより獲得されるある対象に関する観念的なイメージの創成は数理系以外の学問領域でも大切なことであろう。そして、このことを実現化するには、具体的な実践に伴う膨大な選択、収集、モデル化を繰り返すことで各学習者の脳内で自己組織的に形成されることを待たなければならない。これら具象、実践、観念の関係は図2にまとめることができる。この関係に関する詳細について論じることは次の機会を期待したいが、本論の出発点となった身体性に基づく教育手法に関する着想はスタンフォード留学時代に教育心理学が専門の鹿毛雅治氏（現・慶応義塾大学教職課程センター教授）と熱心に議論したことが基礎になっていることを記して同氏に感謝する。

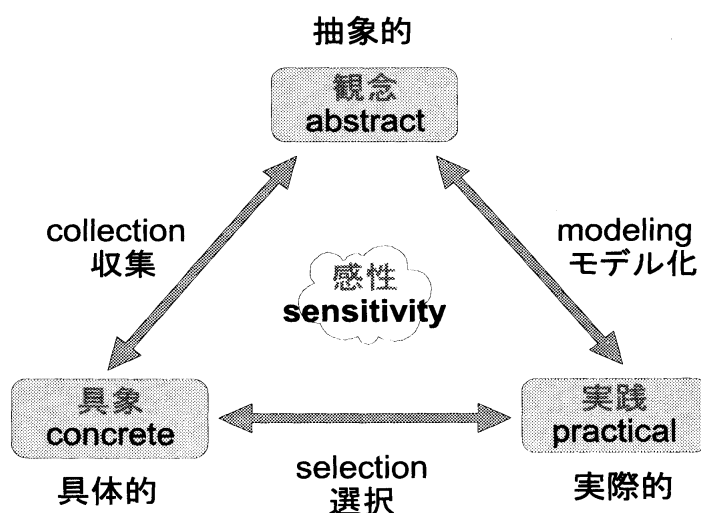


図2 感性を駆動力とする観念獲得プロセス

ここで問題としたいのは、具体的な対象を追い求め収集と選択そしてモデル化を繰り返すという言わば非常に手間と暇のかかる作業を継続するにはなんらかの報酬システムが必要ではないかということである。学習過程における報酬は学生の持つ「感性を満足させるなにか」でなくてはならない。そして、この報酬が学習プロセスを駆動する原動力になるはずである。特に数学において個々学習項目（理解すべき対象）に関する、問題の収集と選択そして解答を様々な観点から検討して自分なりのモデル化を継続を期待することは、数学に強い興味と十分な体験を有する学生以外の一般学生には教師がいくら言葉でその魅力を伝えようとも弱含みであろう。特に、今時の学生を学習過程で満足させる第一歩は「彼等の感性を満足させる」ことであり、これを実現するには紙と鉛筆だけあるいは黒板とチョークだけでは難しいものである。

そこで登場してくるのは、Mathematicaなどに代表とされるCASの利用である。CASによる数学教育上の有効性は、使いやすいグラフィカル・ユーザー・インターフェース、美しいグラフィックスによる結果の表示、面倒くさい代数計算や解析計算をマシンに繰り返しさせてもっぱら解の探求に専念できる計算の自動化の恩恵などこれまでも研究と報告がなされている。すなわち、CASというマシンを介して計算の困難性を乗り越えさせて解の収集と選択そしてモデル化という学生の最も知的な精神活動をサポートするとともにディスプレイに表示される「製作物」をソフトウェアを自在に操ると言う身体性を学習過程に確保させることができるのではないかということである。さらに、昨今の学生は幼少の頃よりビデオゲーム、携帯電話やパソコンなどのIT機器に慣れ親しんできているので、PC上で作動するCASなどのアプリケーションの操作とアプリケーションが返してくる結果の表現などに熟達することは問題がないばかりか、むしろ彼等の得意分野かもしれない。

本論で主張する教育手法のゴールは、数理教育についても身体性を考慮した教育プロセスが必要ではないかということであり、そのために真の学力定着を目指したCAS利用による合理的な数理教育カリキュラムを開発するべきではないかということである。具体的な「もの」で実験や実習を展開することが困難な数学教育において、マシンとアプリケーションによる「数理実験」や「数理実習」は、自分がこれから獲得しようとする数理的構造・論理などの抽象的観念に至る過程で自らの手足を使って「製作物」を完成に近づけるという「身体性を伴う小さな出力の反復」を実現する教育システムではないかと考える。また、美しいグラフィックスによる結果の表示、理論的な答えを特定の視点から観察して実際の値を覗き見る、代数的値の幾何的表現を実際に観察するなど学生の‘aha!’感を誘発して「気づき」と「感性」を満足させる仕組みはいくらでも考案することができよう。

## 5 スタンフォード大学におけるCAS利用の概要

カリフォルニア州の北部に位置するスタンフォード大学は、教職員・学生合わせて約3万人を擁する大規模な総合大学であり、学術・政治・経済の各分野に人材を輩出していることで知られている。特に、スタンフォードを中心としたサンフランシスコの南エリアはシリコンバレーと呼ばれスタンフォードの卒業生が起業したITやナノ・バイオ

テクノロジーの先端企業がクラスターを形成していることでも有名である。

これから、スタンフォードの教育における CAS 利用について述べていくにあたり、大学の基幹 6 学部を示すことにしよう。下記の一覧にあるようにいわゆる理科系学部は、地球科学部、工学部、理学部、医科学部の 4 つであり、スタンフォード年鑑の講義シラバスを見ると、どの理系学部においても一般教養系科目と専門系科目にも CAS 利用を明記した科目が存在していることがわかる [6]。ただ、その数が多いので著者が聴講した科目と本論に関係が深いと思われる科目を抽出してシラバスを紹介することにする。

#### スタンフォード大学の学部構成

- School of Earth Sciences
- School of Education
- School of Engineering
- School of Humanities and Sciences
- School of Law
- School of Medicine

最初に、地球科学部における CAS を用いた授業 CS138 のシラバスを示す。内容は MATLAB と Maple の理工学分野における応用の入門であり、線形システム、固有値問題から統計やウェーブレットによる信号処理などの具体的な問題を CAS でどのように解くかを学ぶものである。履修要件は、教養の線形代数とプログラムの意欲であり、プログラミングに対するやる気を要求しているところが興味深い。

#### CS138 ⇒ Matlab and Maple for Science and Engineering Applications

- Contents ⇒ Introduction to use of Matlab and Maple in engineering applications. Emphasis is on the use of software to solve real problems. How the algorithms work, primarily so user may understand their possible limitations. How to use packages to solve a variety of introductory but important problems in: linear systems, eigenvalue problems, ordinary differential equations, elementary statistics, elementary signal processing(Fourier transforms, wavelets), computer algebra, graphical interfaces. Applications for the engineering and physical sciences.
- Prerequisites ⇒ undergraduate linear algebra and a willingness to program



次に、工学部の基礎コースにおける CAS を用いた授業 ENGR154 のシラバスを示す。この科目の面白いところは、エンジニアのための数学入門というタイトルであるのに MATLAB による計算と可視化の入門であるとシラバスの冒頭で述べている点である。内容は、基礎解析をベースに線形代数、ベクトル解析から最適化までとずいぶん広範囲なものとなっている。

#### **ENGR154 $\Rightarrow$ Introduction to Engineering Mathematics**

- **Contents  $\Rightarrow$  Introduction to computation and visualization using MATLAB.**

**Differential vector calculus: analytic geometry in space,...**

**Topics in optimization: maxima and minima at the boundaries,...**

**Integral vector calculus: double and triple integrals,...**

**Introduction to linear algebra: matrix operations,...**

- **Prerequisites  $\Rightarrow$  MATH 41 and 42 (Calculus Class)**

次に、工学部の計算機科学科における CAS を用いた授業 CS50 のシラバスを示す。これは、計算機科学科が講じている科目ではあるが全学部から受講可能な科目であるため、Mathematica による基礎的な数学に現れる各種のシンボリック表現から始まり、求根、微分方程式、関数の可視化、統計解析そしてファイル操作とデータ形式など CAS 利用基礎のような内容である。よって、履修の要件は特にない。

#### **CS50 $\Rightarrow$ Problem Solving with Mathematica**

- **Contents  $\Rightarrow$  For engineers, physicists, mathematicians and others who need to solve mathematical or quantitative problems. Comprehensive introduction to Mathematica, an interactive mathematical software package that includes a high-level programming language. Symbolic, numerical, graphical, animation, and programming capabilities, including use of Mathematica to manipulate expressions, find roots, solve differential equations, visualize functions and data, import and export data in arbitrary formats, work with expressions in standard mathematical notation, and perform statistical analyses.**

- **Prerequisites  $\Rightarrow$  none**

工学部の管理科学科における CAS を用いた授業 MS&E251 のシラバスを以下に示す。この科目は学科の特徴が良く出ていて、タイトルの統計的意思決定モデルにあるように、

マルコフ鎖から意思決定の最適性そして投資とオプションから売りまでと金融工学絡みの話題までを扱っている。そして最後にMATLABを授業で使うと謳っているところが、このような専門の講義科目においてもCAS利用が前提になっていることが伺い知れて興味深い。

### MS&E251 $\Rightarrow$ Stochastic Decision Models

- **Contents  $\Rightarrow$  Efficient formulation and computational solution of sequential decision problems under uncertainty. Markov decision chains and stochastic programming. Maximum expected present value and rate of return. Optimality of simple policies: myopic, linear, index, acceptance limit, and (s,S). Optimal stationary and periodic infinite-horizon policies. Applications to investment, options, overbooking, inventory, production, purchasing, selling, quality, repair, sequencing, queues, capacity, transportation. MATLAB is used.**
- **Prerequisites  $\Rightarrow$  probability, linear programming**

以上のように、スタンフォードにおいてその理系学部学科のほとんどにおいてMATLAB, Maple, MathematicaなどのCASの利用を前提とした授業科目が数多く存在する。日本の大学や高専にありがちなカリキュラムは、CやFortranの言語教育を実施し、そして演習科目を設定して数値計算の簡単な演習をさせて他の専門科目でそれらをほとんど活用することなく終わることが多い。それに対して、スタンフォードでは別途にコンパイラによる数値計算の演習をさせてそれを講義科目で利用するというよりも（日本ではそれすら満足にできている学校は少ない）、CASの優れたユーザー・インターフェースやグラフィックス機能を使いこなせるようにカリキュラム設定をして、CASが提供する簡便な操作で確実に得られる品質の高い計算結果を援用して講義科目の内容そのものの理解を深めることをサポートしようということに重点をおいていることがわかる。

## 6 講義科目MA300AにおけるCAS利用の実態

ここでは、著者が聴講した授業のひとつである工学部機械系学科の講義科目MA300A「技術者のための数理的・計算的方法」に焦点を当て、スタンフォードにおいてCASを通常の講義科目にどのように用いているかを具体的に紹介する。

この授業は、シラバスを見てもわかるように教養の線形代数の少し進んだ内容とその工学応用を主たる内容としたものであり、日本の大学・高専では教養の線形代数を終えた学生に学科あるいは専攻で提供する応用線形代数と大差のない項目のラインナップとなっている。しかし、実際に授業を受けてみて分かったことだが、CASを巧みに利用して学生の線形代数の概念獲得の一助とするとともに、Webを用いた適切なスクリプト集の供給と講義毎に出題される多量の宿題により工学における多種多様な線形計算の利用

シーンで具体的な数値解を自ら手にいれ、線形代数の応用と線形計算における解の数値解析的挙動を考えさせることに成功していることを痛切に感じた。

- **Contents**  $\Rightarrow$  The theory of linear algebra; basis, linear independence, column space, null space, rank. Emphasis is on computer solution of the linear system of algebraic and differential equation. Round-off errors, pivoting, and ill-conditioned matrices. Quadratic forms, norm and condition numbers, projection and least squares, operation count, eigen values, eigen vectors and their computation. The canonical diagonal form, functions of a matrix. Unitary, Hermitian, and normal matrices. Principal stresses and axes.
- **Textbook**  $\Rightarrow$  “Linear Algebra and its Application” third edition by G.Strang

以下に、受講生に向けて学内 Web で開設されているこの授業科目のホームページに記載されていた学生向けメッセージから特に MATLAB の利用法に関する部分を抜粋して示す。これを読むと分かることは、講義においては CAS の演習を実施することもなく板書による日本でもよく見られる一般的な講義風景であったが、それと打って変わり宿題に CAS を大幅に導入していることがわかる。

さらに、線形代数の応用を学ぶのにコンピュータ・プログラミングに大きな時間と労力を割くことは本意でないこと、MATLAB を用いることでプログラミングは苦痛を感じこともなく、線形代数におけるコンピュータ利用が可能になること、以て現代線形代数の本質を学ぶことに学生諸君の時間が充てることができることを謳っていることは、本論の趣旨からもたいへんに興味深いことである。

- In this course, we will make use of a program called MATLAB. This is high-level language is a highly interactive tool for, among many other things, linear algebra, data analysis, and two and three dimensional graphics. Handout 2 will describe how to get started with this language. The first workshop on Friday(9/27) is an introduction to MATLAB. Students with little experience with MATLAB should read handout 2 before the workshop.
- One of the important objectives of this course is to use computers for solving scientific problems. However, we do not expect you to devote substantial time to computer programming. The MATLAB program allows for rather painless use of computers in linear algebra. The best use of your time is to learn concepts in modern linear algebra.

## 7 MA300A の授業構成と宿題の特徴

CAS を講義科目に効果的に利用していることを正しく理解するには、CAS のことばかりでなく授業全体を把握し、その教育の中で CAS がどのように位置付けられているかを知る必要がある。そこで本節では、MA300A の授業構成と宿題の詳細を紹介する。まず、授業構成であるが以下のような内容を持ち、現在の日本における一般的な大学や高専の授業の実態から見ると、質、量ともかなり贅沢な感じを受ける。下記「全員 OH 有」とは、いわゆるオフィス・アワーを教員はもちろん TA もアシスタントの学生も実施していることを示しており、受講生のフォローアップも潤沢なものである。

- 形態 ⇒ 正味 3 ヶ月のクォーター制
- 講師 ⇒ 教員 2 名、TA 2 名、アシスタント 3 名（全員 OH 有！）
- 講義 ⇒ Lecture を 1 週 2 回、計 22 回
- 演習 ⇒ Workshop を 1 週 1 回、計 8 回（初回は MATLAB 講習）
- 定期試験 ⇒ Midterm と Final の 2 回
- Website 活用 ⇒ 諸連絡と MATLAB のスクリプトの配信

次に宿題の出し方を以下に示すが、我々の立場からすると非常に盛りだくさんな内容であり、日本の大学・高専でこれだけの課題を出して学生がついてこられるのか心配である。また、MATLAB を使ってはいるが手計算をないがしろにするものではなく、むしろ手計算の限界や数値計算の危険性などを十分に体得させるコンテンツとなっている。座学に CAS を取り込むスタンフォード流の秘密は、この「多量の宿題」にある。すなわち、講義中に CAS 利用の展開をすることなく、手計算と CAS 計算をミックスした良質の演習問題を学生に「自学自習」させているのである！ちなみに MATLAB の使い方に関する授業は、一番最初のワークショップの一回だけであり、普段は CAS の演習などはないで通常の線形代数の講義と練習問題の解説に終始していることを強調しておく。

- Problem Set ⇒ オリジナル問題をほぼ毎授業配布、構成は大問が 5 ～ 6 問、小問は 4 ～ 6 問
- Workshop Problems ⇒ オリジナルとテキストの混成約 30 問を毎週配布
- 出題内容 ⇒ 計算問題、証明問題、プロジェクト問題
- 計算内容 ⇒ 手計算、MATLAB 計算、両者の比較
- プロジェクト例 ⇒ 固有値問題とトラス構造、特異値分解と画像処理、最小 2 乗法による温度推定、2 自由度のロボットアーム、2 次元熱伝導の差分解析など MATLAB を効果的に用いる課題

## 8 実習的要素を持つ座学のスタイル

前半における議論とスタンフォードにおける数理系科目のCASの実態を踏まえて、身体性を考慮した数理教育手法について実習的な要素を取り込んだ座学（講義科目）をどのように構築すべきかを考えることにする。

まず、通常の講義の場合だが以下のような座学スタイルで実施されていることが多いと思う。テキストを読むと練習問題を解くことは、講義時間中にすることも多くは自学自習の予習と復習が相当することになるだろう。

- 講義を聴く
- テキストを読む
- 練習問題を解く

これにより、以下のフローに示すように感覚野を刺激するのみで運動野をほとんど刺激しない学習プロセスで授業が進んでいくことになり、実際は観念形成もできず基礎的な計算スキルすら習得していないにも関わらず、教師は学生が自学自習を完璧にこなしてそれなりに「抽象的理解ができているもの」として講義を続け、そしてシラバスの項目を進んで行くこととなる。これが旧来型の授業の実態とも言えるものであり、素養のなる一部の学生を除いた大半の学生に真の実力を授けることが困難な状況であることは間違いない。

旧来の座学は感覚学習だけを鍛えている



運動野を鍛えていないので真の理解に至らない

そこで、以下に示すフローに従い、座学に実習的な要素を加えていけば、特に抽象的な概念に到達する前に困難と苦痛を伴い挫折しがちな解の探求（コレクションと選択、モデル化）のプロセスを有効化できる教育手法が構築できるのではないかと考えられる。

ハード的なものの製作は困難



なんらかの手作業をさせて成果物（製作物）を獲得させる！

## 9 解の探求の壁を越えるための座学ツールとは

以上の議論より、CASに代表されるアプリケーション・ソフトを効果的に座学そのものに導入することで、途中で挫折することなくかつ学習過程の早い段階で抽象概念の入口に到達することが可能な教育手法が期待される。簡潔なコマンド体系とリッチなユーザー・インターフェースを持ち、品質の高い計算結果を提供するソフトウェアは、理系の

各種専門科目や学部・学科のカリキュラムがカバーすべき学問境域を考慮すると CAS だけでは不足することが目に見えている。そこで、このような特徴を持つアプリケーション・ソフトの総称を「論理処理システム」と呼ぶことにして、対象別に大別して列挙すると現在のところ以下になるであろう。

- 数式処理，数値処理システム（CAS などの数学系ソフト）
- オーサリング・ツール（プログラミング学習ソフト）
- テンプレートバンドル API ソフト（コンパイラのリッチなパッケージ）
- 地理情報システム（地図データの加工ソフト）

そろそろ，これら論理処理システムをどのように身体性を考慮した数理教育に導入すべきかを議論する必要があるだろう。そして，教育実践で手法の有効性を検証しなければならないが，実は現在，著者が勤務する阿南高専の制御情報工学科において論理処理システムを大幅に導入した新しいカリキュラムを構築中である。

当制御情報工学科のコア科目は，そのほとんどが制御理論と情報科学に属する数理系科目であり，本論で展開してきた教育理論を適用すべきカリキュラムが存在している。この教育カリキュラムは現在進行形で構築中のものでもあり，詳細の報告は次の機会に譲ることとするが，学科教員のワーキング・スタッフが準備（一部は学年進行で開講済み）している CAS を含む論理処理システムのラインナップのみを以下に示して参考とする。低学年に論理処理システムの導入教育を実施し，高学年の専門科目でどの様に活用していくのかスタンフォード流とは一味違った形で計画している。

- Scratch ⇒ プログラミングの構造と概念の獲得
- Scilab, R ⇒ 制御・情報問題の表現と探索
- Maxima ⇒ 数理的問題の処理と結果の収集
- Open Dynamics ⇒ 物理シミュレーションの 3D 表現

実際に教育カリキュラムとして実施運用していくには，以下のようなポイントを押さえる必要があり阿南高専のスタッフは鋭意努力を重ねているが現在進行形のものなのでここでは公表できる状態にはない。大切なことは，「教育成果を可視化」して教育実践にフィードバックできるような運営形態を確立することである。現在，運用に関わるスタッフは確かな手ごたえを感じ始めおり機会を待って報告したい。

- 授業進展との整合性 ⇒ シラバス，従事時間
- 学習定着の評価 ⇒ 本当に効果的か？
- Outcomes への接続 ⇒ 学生のツールになったか？

## 10 おわりに

著者はこれまでの高専における教育実践から、ものに手に触れていじり回すなどの「自分の身体をフルに使ったものづくり」が効果があるのではと考えてた。すなわち「身体性を考慮した環境との知的な相互作用をとまなう教育手法」の提案である。これについては、最近研究成果が報告されている「心の科学」や「心の計算理論」[7],[8]を参考にさらなる考察を加えていく予定である。

自らの理論を向上させ複雑な環境を克服するための洞察力と新たなシステムを構築する力を学生につけさせるには「身体性を考慮した教育手法」が有効と考えられ、多角的な数理的思考を獲得して真の理解に迫る手助けができる教育プログラムを構築する際には、CASなどの論理処理システムはその良いツールになることが期待できる。

最後に、学習というこのいわば手間のかかる「面倒くさいプロセス」を駆動し続けるものは「感性力」ではないかと考えている。数理科学における感性の満足とは、‘Sense of wonder’（驚きの感覚）や‘What a beautiful’（美しさを感じる心）であるが、閉塞感に溢れる日本の教育現場にあって、感性に主眼をおいた教育手法が中等教育や高等教育に積極的に取り入れられる必要がある。高いレベルで感性を満足するためには相当程度の数理的スキルの習得が前提となるので、感性を満足しつつもスキルを高次元で獲得できる総合的な数理教育の手法について今後も考察していきたいと考えている。

## 参考文献

- [1] 伊藤宏司, 身体知システム論, 共立出版, 2005.
- [2] 麓信義 編, 運動行動の学習と制御, 杏林書院, 2006.
- [3] 川人光男, 脳の計算理論, 産業図書, 1996.
- [4] Kawato,M., Bi-directional theory approach to consciousness, Ito,M.,Miyashita,Y., E.T. Rolls(Eds.), *Cognition, Computation and Consciousness*, Oxford University Press, pp.223-248, 1997
- [5] 和久屋寛, 信太克規, 双方向型神経回路モデルを用いた運動制御と感覚受容の統合モデル, 電子情報通信学会論文誌D, Vol.J80-D2, No.7, pp.1929-1938, 1997.
- [6] Stanford University, *Stanford Bulletin 2002-2003*, Series 1, No.51, Published by Stanford University, September 2002
- [7] 多賀巖太郎, 脳と身体の動的デザイン -運動・知覚の非線形力学と発達-, 金子書房, 2002.
- [8] 土井利忠, 藤田雅博, 下村秀樹 編, 脳・身体性・ロボットー知能の創発をめざしてー, オーム社, 2005.